VNUHCM Journal of Advanced Research in Natural Sciences 2026, 10(3):3702-3715

Open Access Full Text Article

Bài nghiên cứu

Giải bài toán ngược từ tellua một chiều đa mục tiêu sử dụng thuật toán tiến hóa vi sai cải tiến: tiếp cận dựa trên biên Pareto cho môi trường nhiều lớp

Lưu Việt Hùng*

Use your smartphone to scan this QR code and download this article

TÓM TẮT

Nghiên cứu này trình bày một cách tiếp cận tối ưu hóa đa mục tiêu dựa trên phương pháp tổng có trọng số để giải bài toán nghịch đảo từ tellua một chiều (MT1D) cho môi trường nhiều lớp (30 lớp). Nội dung bài toán MT1D là xác định phân bố điện trở suất (ĐTS) theo độ sâu thông qua việc cực tiểu đồng thời độ nhám của mô hình ĐTS và sai số căn bậc hai trung bình (RMSE) giữa dữ liệu quan sát (DLQS) và dữ liệu tính toán (DLTT). Hai mục tiêu này được kết hợp thành một hàm mục tiêu duy nhất thông qua các cặp trọng số để chuyển bài toán tối ưu đa mục tiêu về bài toán tối ưu đơn mục tiêu. Tiếp theo, bài toán đơn mục tiêu thu được này được giải bằng thuật toán tiến hóa vi sai cải tiến (MDE), một phương pháp tối ưu toàn cục không cần đạo hàm và ít phụ thuộc vào mô hình ban đầu. Đường biên Pareto được xây dựng từ nhiều cặp trọng số để phân tích mối quan hệ đánh đổi giữa hai mục tiêu, và nghiệm tối ưu được xác định theo tiêu chuẩn điểm khuỷu. Phương pháp được kiểm chứng trên mô hình ba lớp và cho kết quả phản ánh tốt cấu trúc lý thuyết. Khi áp dụng cho số liệu thực tế tại điểm đo C12 (Củ Chi, TP.HCM), kết quả thu được phù hợp với các nghiên cứu trước. Các thử nghiệm trên mô hình lý thuyết và số liệu đo thực tế chứng tỏ hiệu quả tốt của phương pháp được đề xuất trong việc giải bài toán ngược từ tellua, là bài toán có mức độ phi tuyến cao, cho thấy tiềm năng mở rộng phương pháp này cho các bài toán ngược địa vật lý khác.

Từ khoá: từ tellua, bài toán ngược một chiều, tiến hóa vi sai cải tiến, tối ưu hóa hàm đa mục tiêu, biên Pareto, cấu trúc địa điện nhiều lớp

Trường Đại học Công nghệ Kỹ thuật Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

Liên hệ

Lưu Việt Hùng, Trường Đại học Công nghệ Kỹ thuật Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

Email: hungluu@hcmute.edu.vn

Lịch sử

- Ngày nhận: 06-04-2026
- Ngày sửa đổi: 14-07-2026
- Ngày chấp nhận: 17-07-2026
- Ngày đăng: 28-08-2026

DOI : https://doi.org/10.32508/vnuhcmj-arns.v10i3.1528

Check for updates

Bản quyền

© Tạp chí ĐHQG-HCM. Đây là bài báo công bố mở được phát hành theo các điều khoản của the Creative Commons Attribution 4.0 International license.

GIỚI THIỆU

Trong nghiên cứu cấu trúc sâu bằng phương pháp từ tellua (MT), bài toán ngược một chiều (1D) được sử dụng để xác định phân bố điện trở suất (ĐTS) theo độ sâu dưới điểm đo, dựa trên dữ liệu ĐTS biểu kiến và pha quan sát được. Khi giải bài toán ngược MT một chiều, thường có hai cách tiếp cận đối với sự phân bố ĐTS bên dưới điểm đo.

Cách tiếp cận thứ nhất giả định môi trường gồm một số ít lớp nằm ngang (thường nhỏ hơn 10 lớp) trên một nửa không gian, trong đó sự thay đổi ĐTS giữa các lớp kề nhau là đáng kể. Cách tiếp cận thứ hai coi môi trường gồm nhiều lớp (có thể lên tới hàng chục lớp), với sự biến đổi ĐTS giữa các lớp kề nhau là tương đối nhỏ và liên tục.

Đối với mô hình ít lớp, bài toán ngược 1D nhằm xác định đồng thời bề dày và ĐTS của các lớp. Ngược lại, đối với mô hình nhiều lớp, bề dày các lớp được cho trước, cố định; giải bài toán ngược tập trung vào việc xác định ĐTS của các lớp nằm ngang. Trong trường hợp này, ĐTS theo độ sâu được yêu cầu biến thiên trơn, phản ánh đúng đặc điểm thay đổi liên tục của môi trường thực tế.

Trong bài toán nghịch đảo MT1D cho môi trường nhiều lớp, hai hàm mục tiêu cần được cực tiểu hóa đồng thời: (i) độ nhám (roughness) của đường cong ĐTS theo độ sâu và (ii) RMSE giữa dữ liệu quan sát và dữ liệu tính theo mô hình. Hai hàm mục tiêu này được liên kết thông qua một hệ số điều chỉnh nhằm cân bằng mức độ ảnh hưởng của từng thành phần trong quá trình nghịch đảo.

Một trong những phương pháp truyền thống và kinh điển để giải bài toán này là phương pháp Occam, được đề xuất bởi [1]. Phương pháp này sử dụng quy trình lặp nhằm tìm mô hình có độ trơn tối đa nhưng vẫn đảm bảo độ phù hợp tốt giữa DLQS và DLTT. Sự cân bằng giữa độ nhám của mô hình và độ lệch (misfit) được điều khiển bởi tham số lambda. Quá trình lặp thường bắt đầu với một mô hình ĐTS rất trơn (lambda lớn), tiếp theo giảm dần lambda để cải thiện độ phù hợp, cho đến khi sai số đạt ngưỡng cho phép hoặc đạt số vòng lặp tối đa.

Gần đây, các phương pháp tìm cực trị toàn cục, điển hình là thuật toán tiến hóa di truyền, đã được áp

Trích dẫn bài báo này: Việt Hùng L. **Giải bài toán ngược từ tellua một chiều đa mục tiêu sử dụng thuật toán tiến hóa vi sai cải tiến: tiếp cận dựa trên biên Pareto cho môi trường nhiều lớp**. *VNUHCM J. Adv. Res. Nat. Sci.* 2026; 10(3):3702-3715.

dụng cho bài toán này[2–5]. Do làm việc với các quần thể nghiệm ngẫu nhiên, các phương pháp này ít phụ thuộc vào mô hình khởi tạo và có khả năng tìm kiếm cực trị toàn cục mà không cần sử dụng đạo hàm, do đó phù hợp với các bài toán phi tuyến phức tạp.

Phương pháp tiến hóa vi sai cải tiến (Modified Differential Evolution – MDE) là một kỹ thuật tối ưu hóa được phát triển dựa trên các nguyên lý của thuật toán tiến hóa vi sai (Differential Evolution – DE), được đề xuất bởi[5] và sau đó được cải tiến bởi Sơn và cộng sự[6,7]. Phương pháp này đã được áp dụng hiệu quả trong nghịch đảo số liệu MT cho các mô hình ít lớp (3–5 lớp)[3].

Trong nghiên cứu này, việc xác định phân bố ĐTS theo độ sâu của môi trường nhiều lớp được thực hiện bằng phương pháp MDE sử dụng mã nguồn MATLAB được cung cấp bởi[8,9] trên MATLAB File Exchange có tên "A fast and efficient differential evolution for truss optimization problems" để tìm lời giải thông qua quá trình cực tiểu hóa hàm mục tiêu tổng hợp.

PHƯƠNG PHÁP

Trong bài toán tối ưu hóa đa mục tiêu, các hàm mục tiêu (ít nhất là hai hàm) được cực tiểu hóa đồng thời. Trong bài toán nghịch đảo từ tellua một chiều được trình bày trong bài báo này, hai hàm mục tiêu cần cực tiểu hóa là:

1. Độ nhám (roughness) của tuyến ĐTS theo độ sâu, ký hiệu f1: là tổng bình phương hiệu ĐTS của hai lớp sát nhau chia cho độ dày của lớp trên[1]:

$$f_1 = \sum_{i=1}^{N-1} \frac{(\rho_{i+1} - \rho_i)}{h_i} \quad (1)$$

Trong đó ρ_i và ρ_{i+1} lần lượt là ĐTS của lớp thứ i và lớp thứ i+1, h_i là độ dày của lớp thứ i, N là số lớp của mô hình.

2. Sai số căn bậc hai trung bình (RMSE) giữa ĐTS và pha của DLQS và DLTT, ký hiệu f_2, được cho bởi:

$$f_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{M} (\rho_{a\,cali} - \rho_{a\,obsi} + \varphi_{a\,cali} - \varphi_{a\,obsi})^2}{M}} \quad (2)$$

Trong đó $\rho_{a\,obs}$ và $\varphi_{a\,obs}$ là các ĐTS biểu kiến và pha biểu kiến quan sát, $\rho_{a\,cal}$ và $\varphi_{a\,cal}$ là các ĐTS biểu kiến và pha biểu kiến tính lại từ tuyến ĐTS nghịch đảo, M là số chu kì dữ liệu được quan sát.

Để cực tiểu f_1 và f_2 đồng thời, chúng tôi sử dụng phương pháp tổng có trọng số (weighted sum approach)[10,11] để biến bài toán cực tiểu hai hàm mục tiêu thành bài toán cực tiểu một hàm mục tiêu f được tính theo công thức:

$$f = w_1 f_1 + w_2 f_2 \quad (3)$$

Trong đó w_1 và w_2 lần lượt là trọng số của các hàm mục tiêu f_1 và f_2, với $0 \leq w_1, w_2 \leq 1$ và $w_2 = 1 - w_1$. Việc cực tiểu hóa giá trị của f với một cặp trọng số w_1 và w_2 để tìm tuyến ĐTS theo độ sâu được thực hiện bằng thuật toán MDE. Sau đó từ mỗi kết quả tuyến ĐTS thu được, một cặp giá trị hàm mục tiêu f_1 và f_2 được tính toán sử dụng các công thức (1) và (2) đã trình bày ở trên. Bằng cách cực tiểu hàm mục tiêu f với nhiều cặp giá trị trọng số w_1 và w_2 ta sẽ thu được nhiều cặp giá trị hàm mục tiêu f_1 và f_2. Tiếp theo, vẽ đồ thị của f_2 theo f_1 ta được một đồ thị có dạng đường hypebol, trong các bài toán cực tiểu hàm nhiều biến đồ thị này được gọi là biên Pareto (Pareto front). Một ví dụ về biên Pareto được cho trên Hình 1. Sự thay đổi của f_1 và f_2 có xu hướng ngược nhau: khi f_1 nhỏ thì f_2 lớn và ngược lại, thể hiện nguyên tắc "đánh đổi" (trade-off) trong bài toán tối ưu hóa đa mục tiêu: muốn cải thiện mục tiêu này thì phải làm xấu đi mục tiêu kia, mà không thể cải thiện cả hai mục tiêu đồng thời.

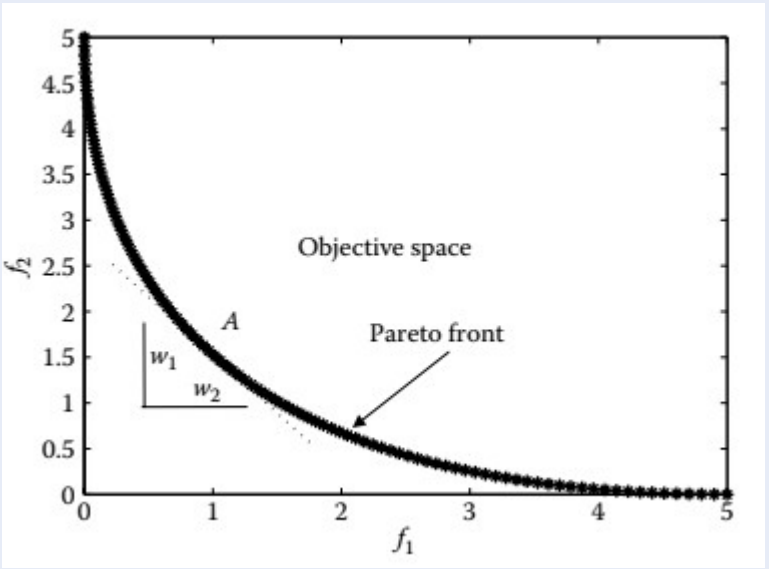
Sau khi xây dựng đường biên Pareto, điểm khuỷu (knee-point) đại diện cho nghiệm cân bằng tốt giữa các mục tiêu f_1 và f_2 được xác định bằng phương pháp khoảng cách đến dây cung (chord distance method)[12,13]. Phương pháp này dựa trên việc nối hai điểm biên của đường Pareto và xác định điểm có khoảng cách vuông góc lớn nhất đến đoạn thẳng này. Lý thuyết về điểm khuỷu và các phương pháp xác định điểm này trong tối ưu hóa đa mục tiêu có thể tham khảo trong các công trình của[12,14], cũng như[13]. Khi tính khoảng cách đến dây cung, các trục f_1 và f_2 thường được chuẩn hóa về đơn vị để tránh trường hợp một trong hai mục tiêu có giá trị lớn hơn sẽ chi phối kết quả tính khoảng cách đến dây cung so với mục tiêu còn lại.

KẾT QUẢ

Kết quả tính toán trên mô hình

Trường hợp số liệu không chứa nhiễu

Mô hình được sử dụng gồm 3 lớp, mô phỏng cấu trúc địa điện sâu của vùng Củ Chi dựa vào khảo sát MT trước đây (3): Phần phía trên có độ dày khoảng 2 km với ĐTS 100 Ω.m, phần ở giữa dày khoảng 8 km với ĐTS 5000 Ω.m, và phần không gian bên dưới cùng là có ĐTS 50 Ω.m.



Hình 1: Biên Pareto minh họa mối quan hệ đánh đổi giữa độ nhám (f1) của mô hình và sai số RMSE (f2) trong bài toán tối ưu hóa đa mục tiêu [11].

Để nghịch đảo mô hình lý thuyết này, môi trường địa chất bên dưới điểm đo được chia thành 30 lớp, gồm 29 lớp có độ dày cố định và lớp dưới cùng là nửa không gian, sau đó tiến hành giải bài toán ngược để tìm ĐTS của các lớp sao cho tuyến ĐTS theo độ sâu là trơn nhất. Lớp trên cùng được cho có độ dày 0,2 km, độ dày của các lớp tiếp theo phía dưới được xác định bởi độ dày của lớp nằm ngay trên nó nhân với 1,08. Tổng bề dày của 29 lớp là 20793 m. Độ sâu này cho phép nghiên cứu cấu trúc địa điện sâu của khu vực nghiên cứu đến độ sâu tương tự như các khảo sát MT trước đây đã thực hiện tại khu vực này[3,15,16].

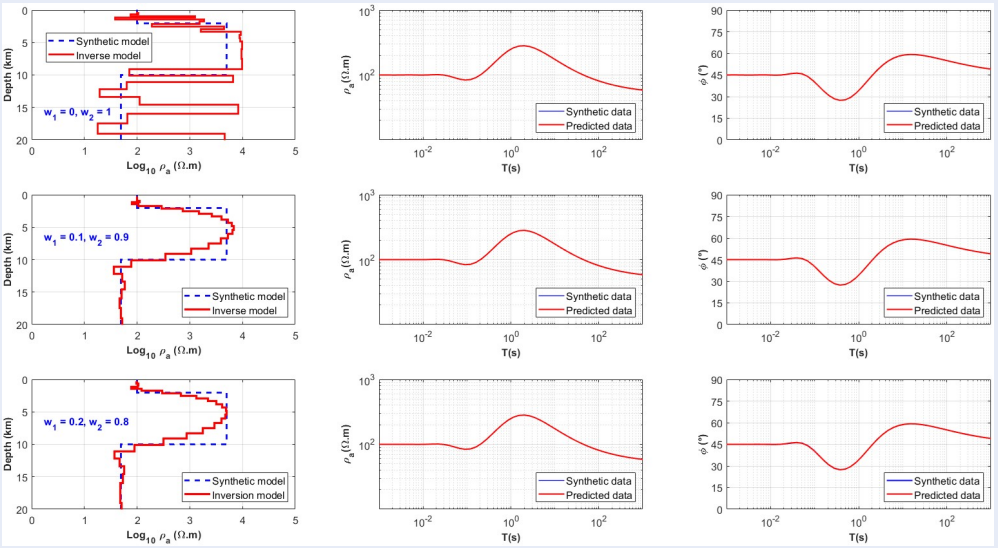
Chương trình giải bài toán ngược bằng thuật toán MDE được sử dụng để cực tiểu hóa hàm $f = w_1f_1 + w_2f_2$ cho 12 cặp giá trị của (w_1, w_2) theo thứ tự w_1 tăng, w_2 giảm như sau: (0; 1), (0,1; 0,9), (0,2; 0,8), (0,3; 0,7), (0,4; 0,6), (0,5; 0,5), (0,6; 0,4), (0,7; 0,3), (0,8; 0,2), (0,85; 0,15), (0,9; 0,1) và (1; 0). Trong mỗi trường hợp, chương trình được tính toán với 10000 lần lặp. Kết quả được trình bày trên các hình vẽ Hình 2, 3, 4 và 5. Trên mỗi hàng của các hình này có 3 hình nhỏ, bên trái là mô hình lý thuyết (đường màu xanh) và kết quả nghịch đảo (đường màu đỏ). Hình ở giữa là ĐTS biểu kiến tính từ mô hình (đường màu xanh) và ĐTS biểu kiến tính từ kết quả giải bài toán nghịch 1D (đường màu đỏ). Hình bên phải là pha biểu kiến tính từ mô hình lý thuyết (đường màu xanh), và pha biểu kiến tính từ kết quả nghịch đảo (đường màu đỏ). Từ các hình vẽ ta thấy khi $w_1 = 0$ đến $w_1 = 0,6$ thì các đường cong ĐTS biểu kiến và pha quan sát và gần như chồng khít lên các đường cong tính từ mô hình, nên chỉ quan sát thấy đường màu đỏ do chúng gần như chồng khít lên nhau.

Đồ thị của hàm mục tiêu f thể hiện sự hội tụ của quá trình giải bài toán ngược theo số lần lặp được minh họa trên Hình 6. Ta thấy trong phần lớn trường hợp, quá trình lặp hội tụ sau khoảng 2000 lần lặp, chỉ có 1 trường hợp hội tụ sau khoảng 5000 lần lặp (khi $w_1 = 0,2$), và 1 trường hợp hội tụ sau khoảng 7000 lần lặp (khi $w_1 = 0,1$).

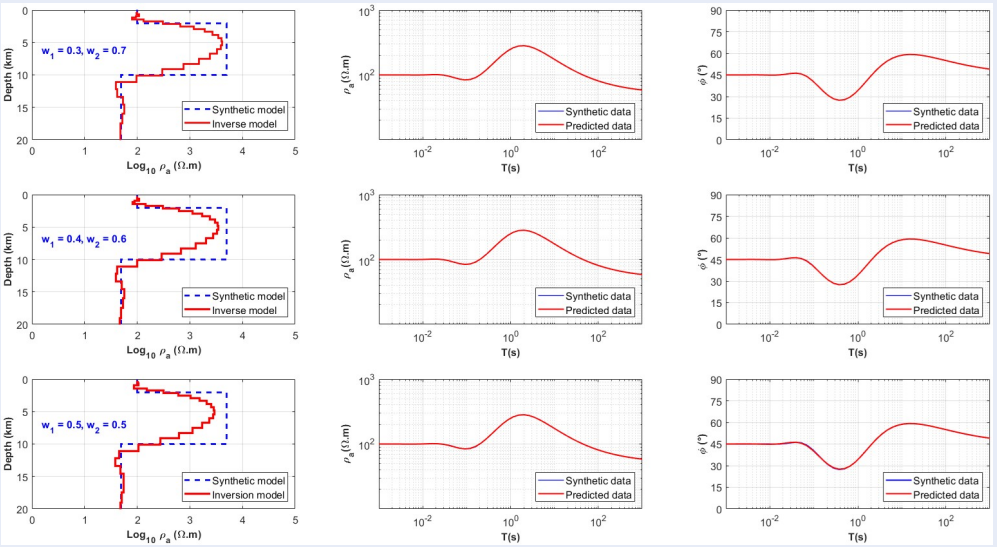
Hình 7 trình bày đồ thị đường biên Pareto, thể hiện mối quan hệ đánh đổi giữa hai mục tiêu f_1 và f_2: khi f_1 lớn thì f_2 nhỏ và ngược lại. Để chọn ra giá trị cặp trọng số tốt nhất, các đại lượng f_1 và f_2 được chuẩn hóa về đơn vị, sau đó nối một dây cung đi qua hai điểm ngoài cùng của đồ thị rồi tính khoảng cách vuông góc từ các điểm còn lại đến dây cung đó (Hình 8). Điểm có khoảng cách vuông góc đến dây cung lớn nhất (điểm khuỷu) sẽ được chọn. Kết quả chọn được điểm khuỷu tương ứng với trường hợp cặp trọng số $w_1 = 0,6$ và $w_2 = 0,4$.

Trường hợp số liệu có chứa nhiễu

Số liệu tính từ mô hình 3 lớp mô phỏng cấu trúc địa điện sâu của vùng Củ Chi trên đây được cộng thêm nhiễu Gaussian 5% để kiểm nghiệm thuật toán. Việc tính toán đối với trường hợp này được thực hiện tương tự như trường hợp không có nhiễu đã trình bày trên đây. Kết quả nghịch đảo với các cặp trọng số khác nhau được trình bày trên các hình Hình 9, 10,



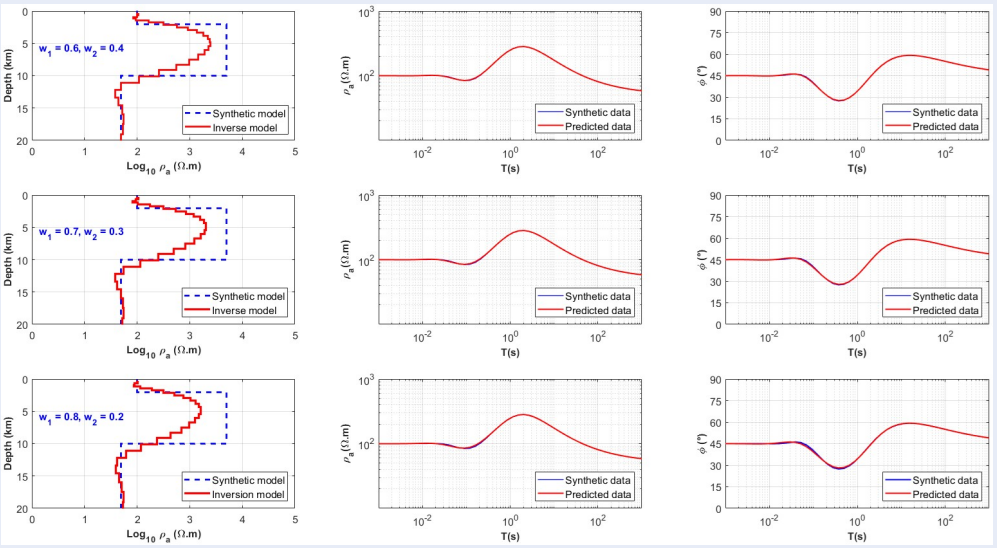
Hình 2: Kết quả nghịch đảo ứng với các cặp trọng số khác nhau. Từ trái sang phải: mô hình điện trở suất theo độ sâu, điện trở suất biểu kiến và pha biểu kiến. Nguồn: tác giả.



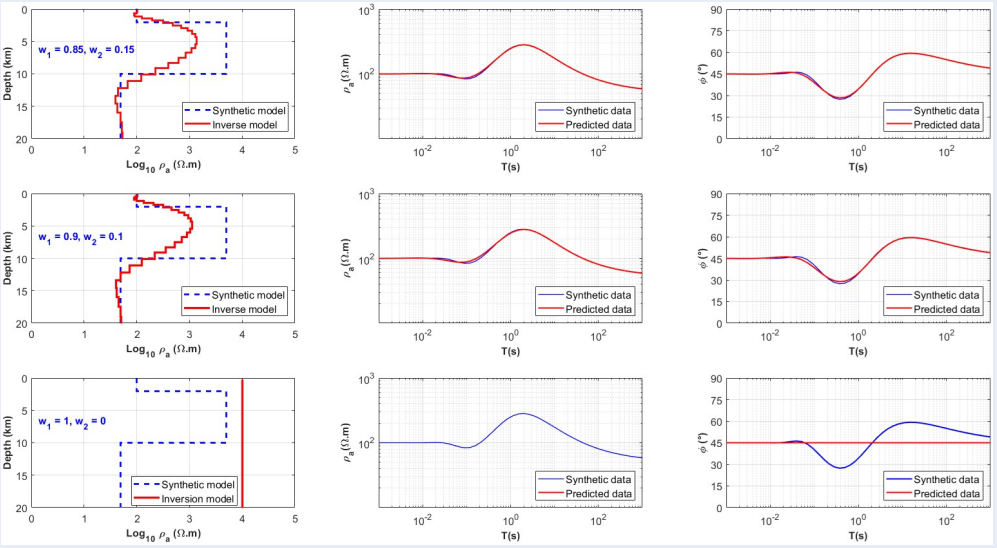
Hình 3: Kết quả nghịch đảo ứng với các cặp trọng số khác nhau. Từ trái sang phải: mô hình điện trở suất theo độ sâu, điện trở suất biểu kiến và pha biểu kiến. Nguồn: tác giả.

11 và 12. Ta thấy mặc dù các đường cong nghịch đảo không gần như khớp hoàn toàn với các đường cong quan sát như trong trường hợp không chứa nhiễu, nhưng chúng đều khớp tương đối tốt với các đường cong quan sát có chứa nhiễu trong chừng mực có thể. Hình 13 biểu diễn giá trị hàm mục tiêu f theo số lần lặp. Có thể thấy sau khoảng 1500 lần lặp thì các quá trình nghịch đảo với các cặp trọng số khác nhau đều hội tụ. Các cặp giá trị (f_1, f_2) tính lại từ các kết quả nghịch đảo tương ứng với từng cặp trọng số (w_1, w_2) được trình bày trong Bảng 1.

Ta thấy rằng đối với trường hợp có nhiễu, trong khi f_2 vẫn giảm khi w_1 tăng, các giá trị f_1 không còn tăng đơn điệu như ở trường hợp không có nhiễu mà giảm từ w_1 = 0,1 đến khoảng w_1 = 0,4 rồi mới tăng trở lại. Điều này cho thấy nhiễu đã làm thay đổi quy luật biến thiên của nghiệm theo trọng số. Kết quả là ba cặp giá trị đầu tiên đều bị chiếm ưu thế (dominated) bởi cặp



Hình 4: Kết quả nghịch đảo ứng với các cặp trọng số khác nhau. Từ trái sang phải: mô hình điện trở suất theo độ sâu, điện trở suất biểu kiến và pha biểu kiến. Nguồn: tác giả.

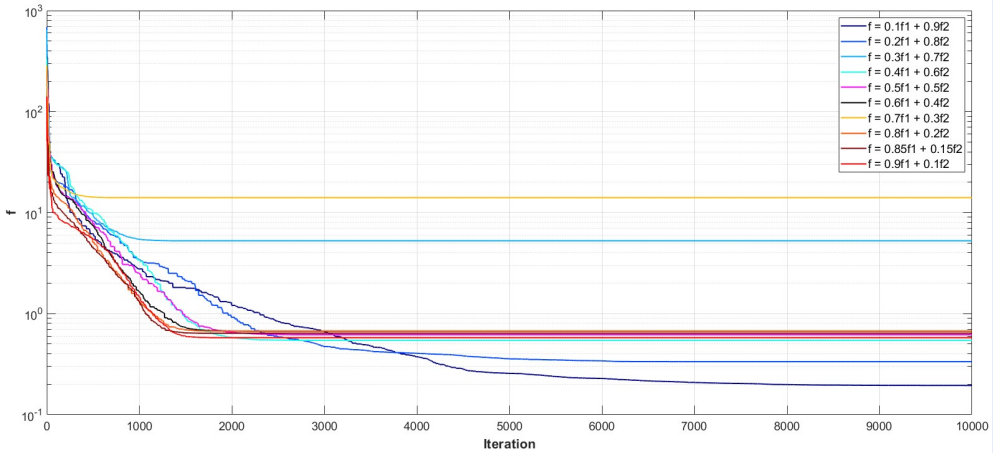


Hình 5: Kết quả nghịch đảo ứng với các cặp trọng số khác nhau. Từ trái sang phải: mô hình điện trở suất theo độ sâu, điện trở suất biểu kiến và pha biểu kiến. Nguồn: tác giả.

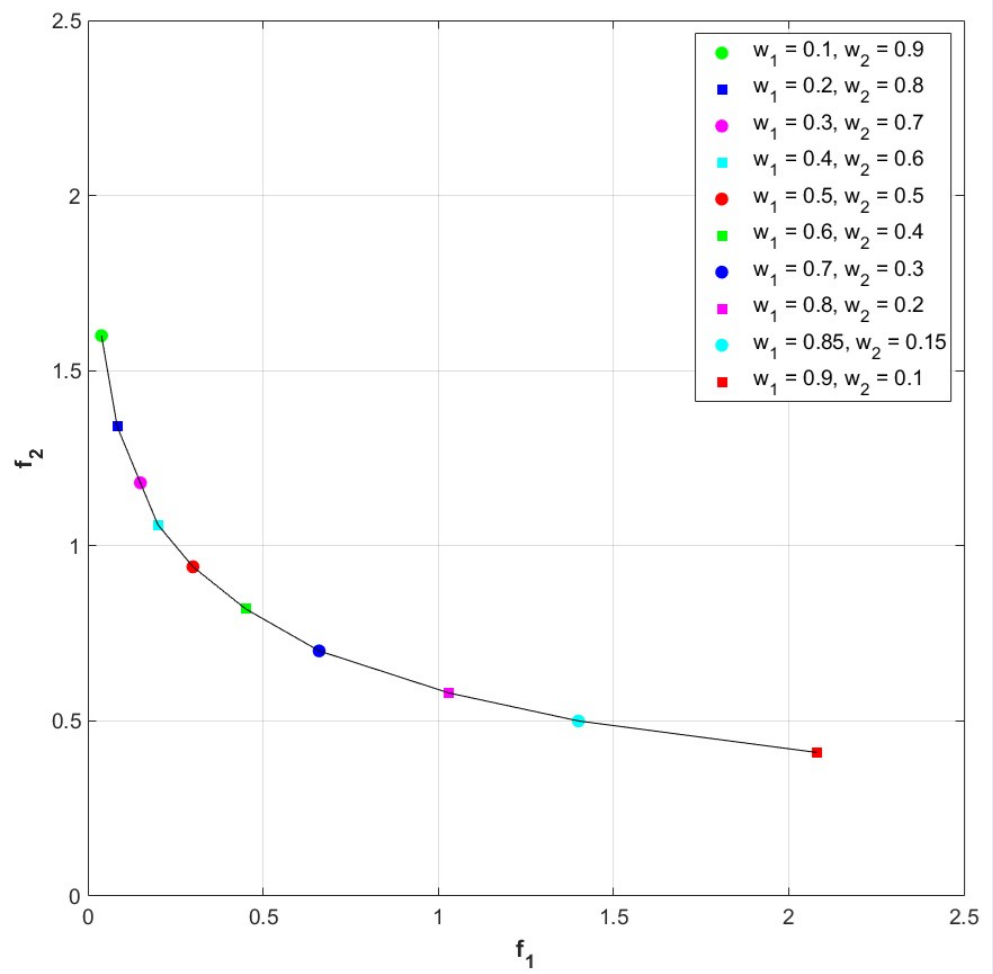
Bảng 1: Các giá trị hàm mục tiêu (f_1, f_2) tương ứng với từng cặp trọng số (w_1, w_2) thu được từ các kết quả nghịch đảo số liệu mô hình được cộng nhiễu Gaussian 5%.

w_1; w_2	0,1; 0,9	0,2; 0,8	0,3; 0,7	0,4; 0,6	0,5; 0,5	0,6; 0,4	0,7; 0,3	0,8; 0,2	0,85; 0,15	0,9; 0,1
f_1	5,136	1,758	1,653	1,650	1,728	1,887	2,159	2,645	3,063	3,772
f_2	12,071	1,479	1,065	0,832	0,683	0,574	0,484	0,398	0,351	0,297

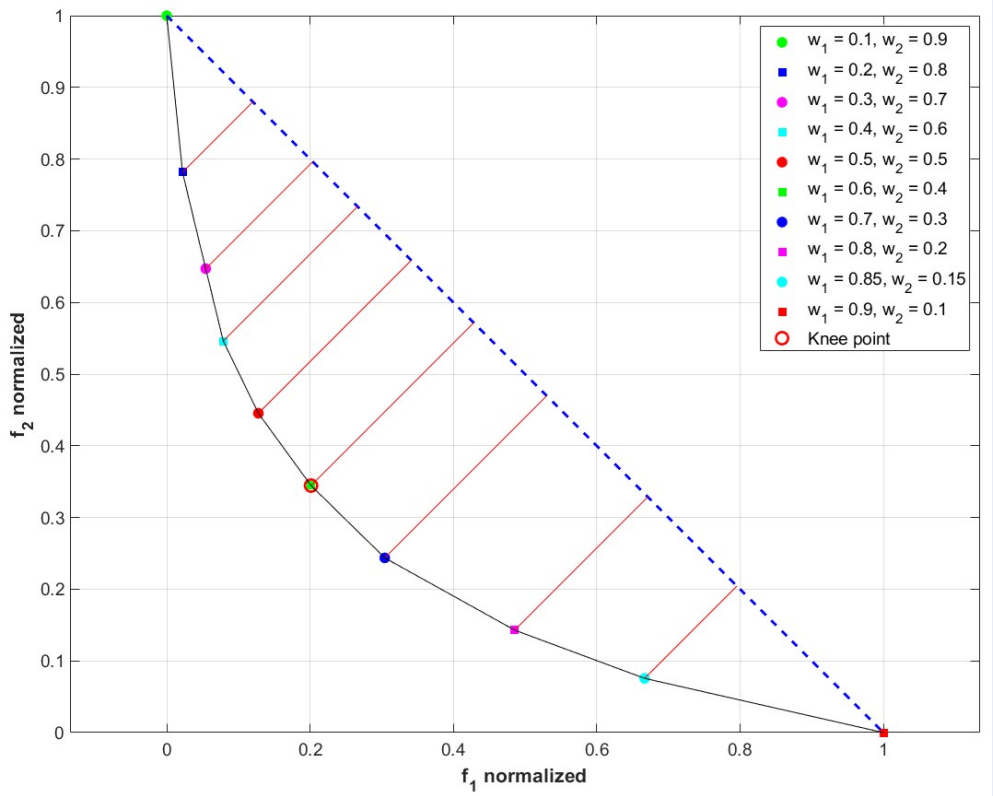
Nguồn: tác giả.



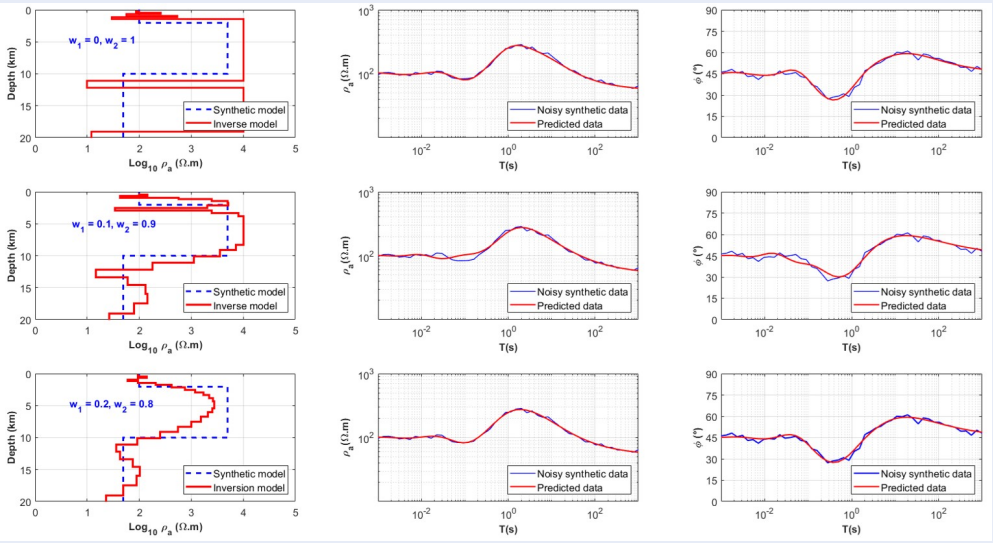
Hình 6: Giá trị của hàm mục tiêu f theo số bước lặp ứng với các cặp trọng số khác nhau khi nghịch đảo số liệu mô hình không chứa nhiễu. Nguồn: tác giả.



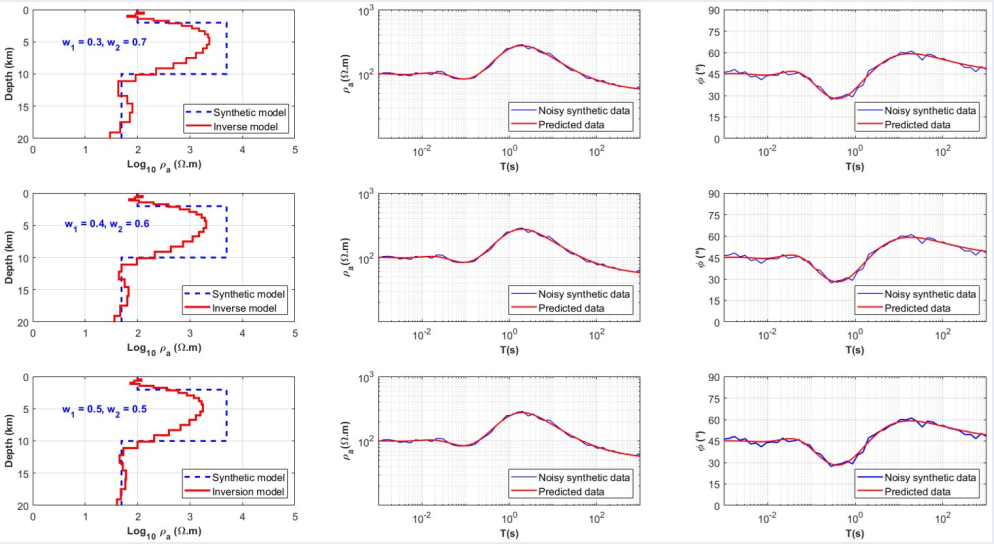
Hình 7: Biên Pareto thu được từ các cặp trọng số (w1, w2) khảo sát, thể hiện mối quan hệ đánh đổi giữa độ nhám của mô hình và RMSE giữa DLQS và DLTT. Nguồn: tác giả.



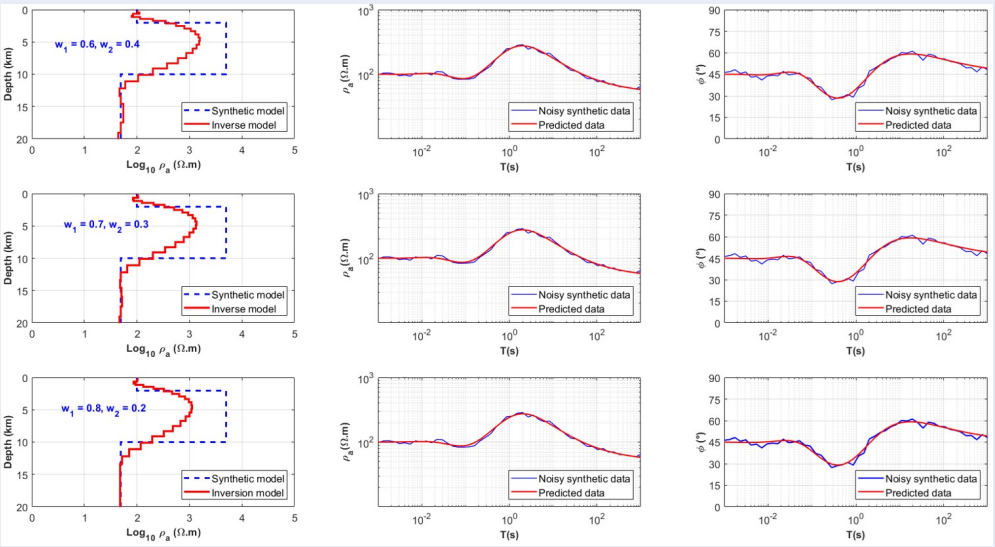
Hình 8: Xác định điểm khuỷu (knee-point) trên biên Pareto bằng phương pháp khoảng cách đến dây cung (chord distance method) cho số liệu không chứa nhiễu. Nguồn: tác giả.



Hình 9: Kết quả nghịch đảo ứng với các cặp trọng số khác nhau. Từ trái sang phải: mô hình điện trở suất theo độ sâu, điện trở suất biểu kiến và pha biểu kiến. Nguồn: tác giả.



Hình 10: Kết quả nghịch đảo ứng với các cặp trọng số khác nhau. Từ trái sang phải: mô hình điện trở suất theo độ sâu, điện trở suất biểu kiến và pha biểu kiến. Nguồn: tác giả.



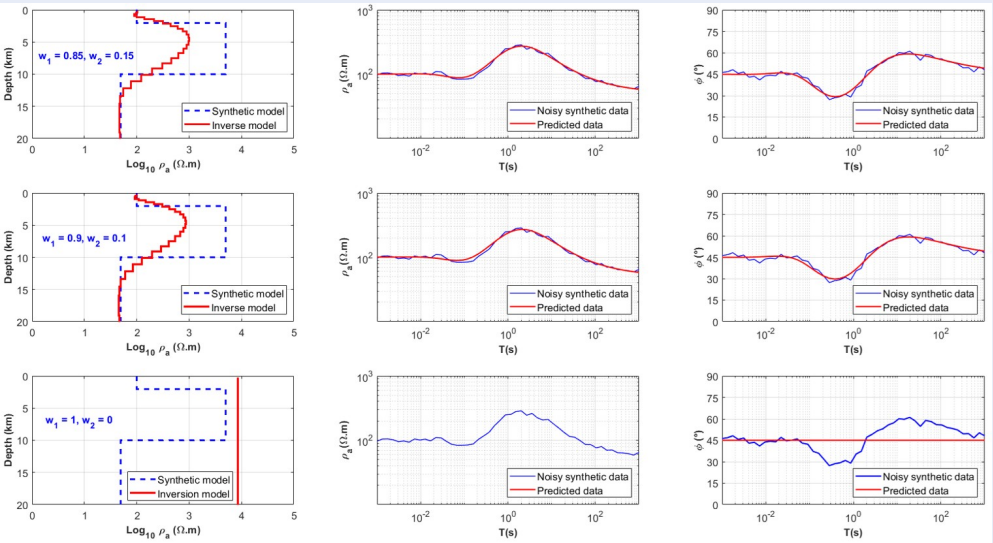
Hình 11: Kết quả nghịch đảo ứng với các cặp trọng số khác nhau. Từ trái sang phải: mô hình điện trở suất theo độ sâu, điện trở suất biểu kiến và pha biểu kiến. Nguồn: tác giả.

giá trị thứ tư tương ứng với $w_1 = 0,4$, vì tại đó cả f_1 và f_2 đều nhỏ hơn cặp f_1 và f_2 đầu tiên. Các nghiệm bị chiếm ưu thế cần được loại bỏ trước khi xây dựng biên Pareto. Do đó 7 cặp giá trị (f_1, f_2) còn lại được chuẩn hóa và tính khoảng cách từ mỗi điểm đến dây cung như trên Hình 14. Kết quả xác định được điểm khuỷu tương ứng với cặp trọng số ($w_1 = 0,7$ và $w_2 = 0,3$).

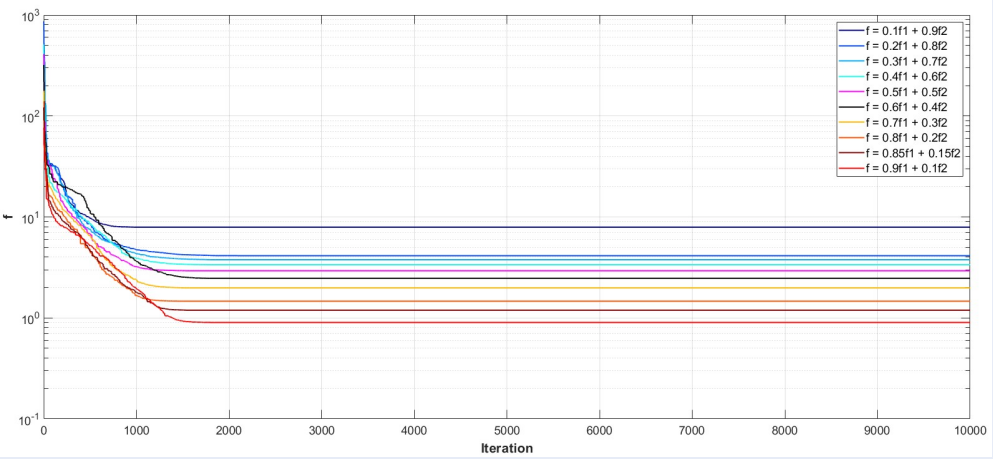
Kết quả áp dụng cho số liệu thực tế

Phương pháp tổng có trọng số để cực tiểu hóa đa mục tiêu trình bày ở trên được áp dụng cho dữ liệu điện trở suất của điểm đo C12 được thực hiện tại Củ Chi. Dữ liệu của điểm đo này đã được mô tả chi tiết trong bài báo [17].

Để nghiên cứu sự phân bố ĐTS theo độ sâu phía dưới điểm đo, vùng không gian bên dưới được chia thành 30 lớp, với lớp trên cùng có độ dày 200 m. Độ dày của



Hình 12: Kết quả nghịch đảo ứng với các cặp trọng số khác nhau. Từ trái sang phải: mô hình điện trở suất theo độ sâu, điện trở suất biểu kiến và pha biểu kiến. Nguồn: tác giả.

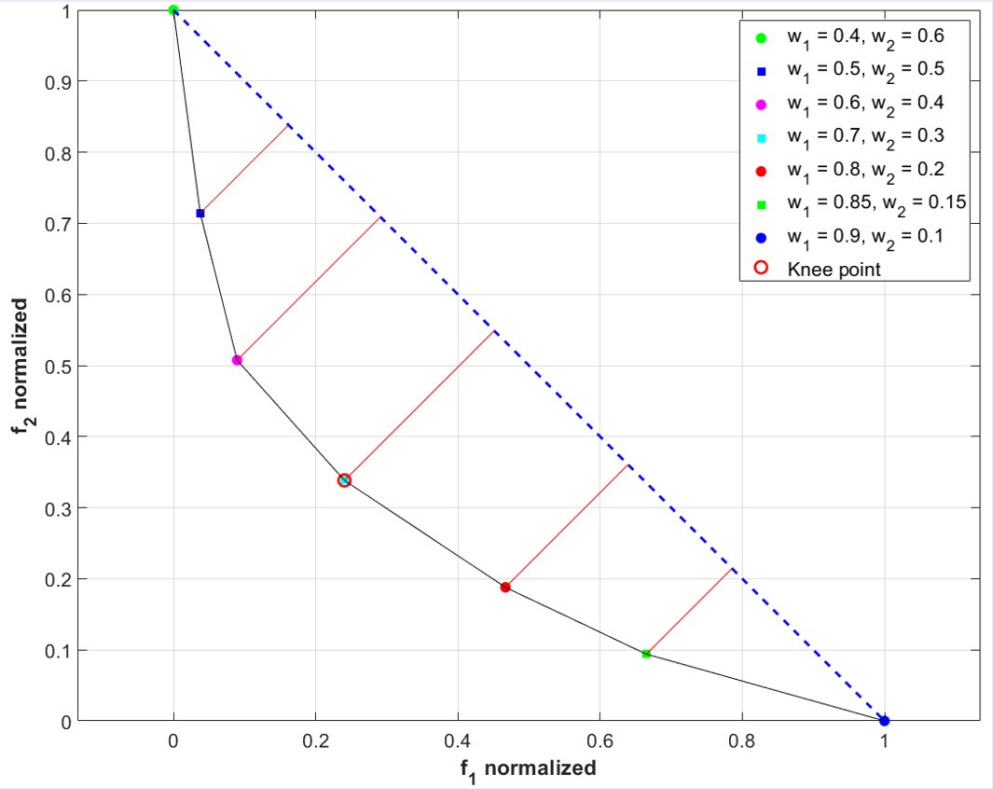


Hình 13: Giá trị của hàm mục tiêu f theo số bước lặp ứng với các cặp trọng số khác nhau khi nghịch đảo số liệu mô hình chứa nhiễu Gaussian 5%. Nguồn: tác giả.

các lớp tiếp theo được tính bằng độ dày lớp ngay trên nó nhân với hệ số 1,08. Tổng độ dày của 29 lớp phía trên là 20,793 km, và dưới cùng là nửa không gian vô hạn.

Việc nghịch đảo số liệu ĐTS đo thực tế bằng thuật toán MDE đã được thực hiện với 10 cặp trọng số (w_1, w_2), tương tự như phần nghịch đảo số liệu mô hình có nhiễu ở trên. Số cá thể được chọn cho quá trình giải bài toán bằng thuật toán tiến hóa vi sai cải tiến là 50. Giới hạn dưới và giới hạn trên của ĐTS được đặt lần lượt là 10 Ω.m và 20000 Ω.m. Số lần lặp được đặt bằng 10000, thời gian mỗi lần chạy chương trình từ khoảng 290 giây đến khoảng 296 giây (gần 5 phút). Từ các kết quả nghịch đảo, các cặp giá trị (f_1, f_2) được tính toán và trình bày ở Bảng 2.

Ta thấy rằng các giá trị f_2 giảm khi w_1 tăng, còn các giá trị f_1 không tăng đơn điệu, nên cần phải xác định các cặp giá trị bị chiếm ưu thế (dominated) và loại bỏ chúng trước khi xây dựng biên Pareto. Kết quả xác định được các cặp giá trị bị chiếm ưu thế là cặp giá trị thứ ba và thứ năm, lần lượt tương ứng với w_1 = 0,3 và w_1 = 0,5. Tiếp theo, biên Pareto được xây dựng từ 8 cặp giá trị (f_1, f_2) còn lại. Các cặp này được chuẩn hóa và tính khoảng cách từ mỗi điểm đến dây



Hình 14: Xác định điểm khuỷu trên biên Pareto bằng phương pháp khoảng cách đến dây cung cho trường hợp có nhiễu. Nguồn: tác giả.

Bảng 2: Các giá trị hàm mục tiêu f_1 và f_2 tương ứng với từng cặp trọng số (w_1, w_2) thu được từ các kết quả nghịch đảo số liệu thực tế.

w_1, w_2	0,1; 0,9	0,2; 0,8	0,3; 0,7	0,4; 0,6	0,5; 0,5	0,6; 0,4	0,7; 0,3	0,8; 0,2	0,85; 0,15	0,9; 0,1
f_1	33,165	33,235	33,879	33,553	34,826	34,051	34,376	34,909	35,397	36,331
f_2	3,203	2,783	2,682	2,107	1,919	1,600	1,426	1,253	1,151	1,021

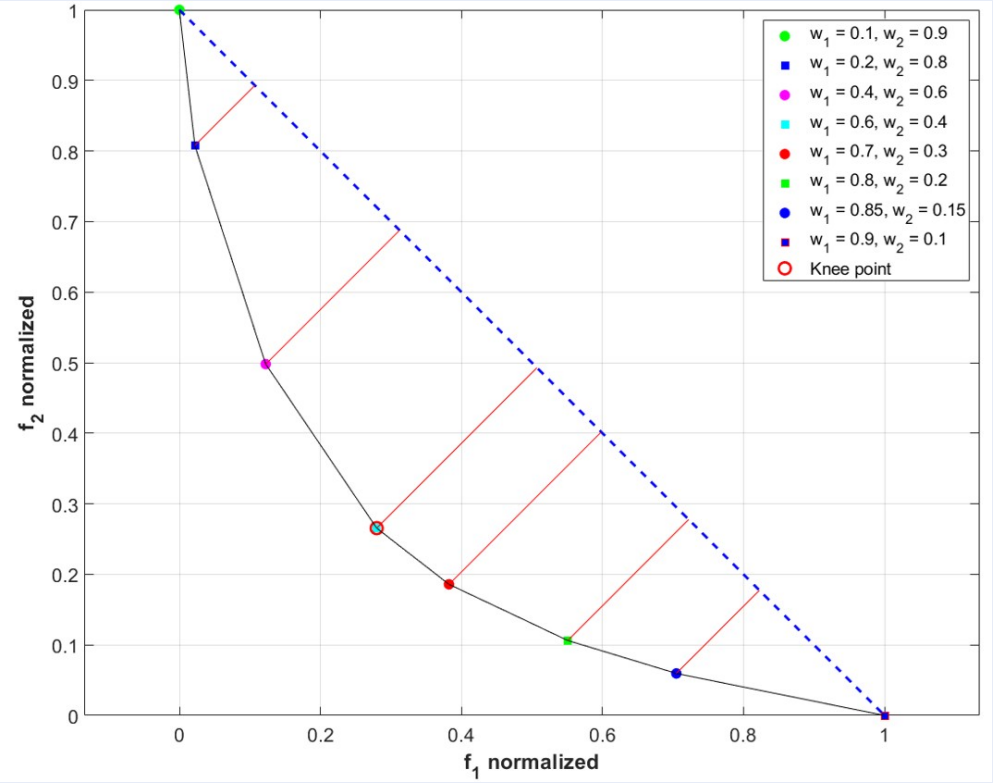
Nguồn: tác giả.

cung như trên Hình 15. Kết quả xác định được điểm khuỷu tương ứng với cặp trọng số (w_1 = 0,6 và w_2 = 0,4). Như vậy kết quả nghịch đảo tương ứng cặp trọng số (0,6; 0,4) được chọn với tư cách là nghiệm có sự cân bằng tốt nhất giữa hai hàm mục tiêu f_1 và f_2, và được biểu diễn bằng đường màu đỏ ở phần bên trái của Hình 16.

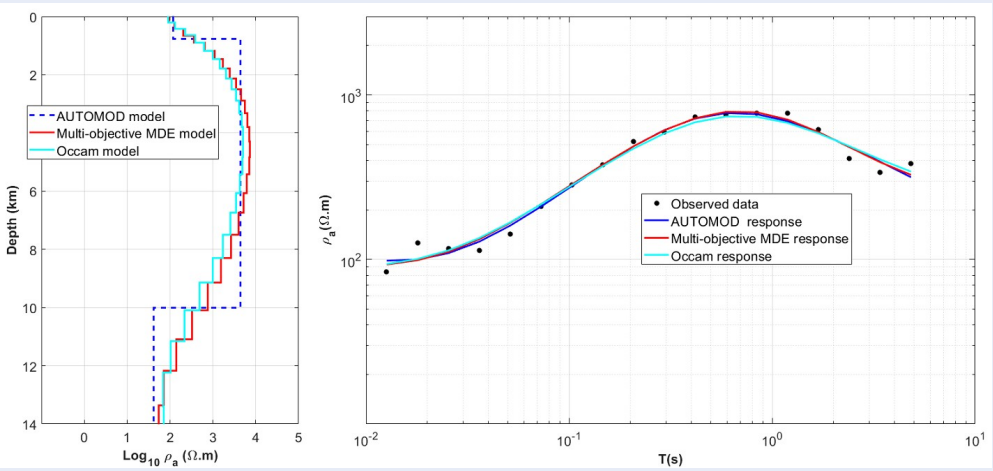
Để so sánh, Hình 16 cũng biểu diễn kết quả tính theo phương pháp nghịch đảo tự động một chiều (automatic 1D inversion) của Weaver và Agarwal (1993)[18] (đường màu xanh dương) và kết quả tính theo phương pháp Occam (đường màu xanh lục). Có thể thấy các kết quả nghịch đảo khá phù hợp với nhau, chúng đều mô tả sự phân bố ĐTS bên dưới điểm đo với vùng ĐTS phía trên bằng khoảng 100 - 200 Ω.m cho đến độ sâu khoảng 500 - 700 m, sau đó tăng dần đến giá trị lớn nhất bằng khoảng 10000 Ω.m tại độ sâu khoảng 5 km, tiếp theo giảm dần đến giá trị khoảng 100 Ω.m kể từ độ sâu khoảng 10 km. Các đường cong ĐTS tính lại từ các mô hình này gần như trùng nhau, và chúng đều khớp tốt với số liệu đo đạc (được biểu diễn bằng các điểm màu đen).

THẢO LUẬN

Trong phần nghiên cứu trên mô hình lý thuyết, các cặp trọng số (w1, w2) với khoảng cách 0,1 đã được khảo sát và vẽ đồ thị biên Pareto (xem Hình 7, Hình 8 và Hình 14). Do trên đồ thị này các giá trị của hàm mục tiêu f_1 tương ứng với w_1 = 0,8 và w_1 = 0,9 nằm khá xa nhau so với các giá trị khác, nên cặp trọng số w_1 = 0,85, w_2 = 0,15 nằm ở giữa đã được khảo sát thêm để cho đồ thị biên Pareto trở nên đầy đủ hơn.



Hình 15: Xác định điểm khuỷu trên biên Pareto bằng phương pháp khoảng cách đến dây cung cho số liệu thực tế. Nguồn: tác giả.



Hình 16: Bên trái: Các kết quả nghịch đảo số liệu ĐTS tại điểm C12 thu được từ các phương pháp khác nhau: phương pháp MDE cực tiểu đa mục tiêu (đường màu đỏ), phương pháp nghịch đảo tự động một chiều– AUTOMOD, đường màu xanh dương) [17,19] và phương pháp nghịch đảo Occam một chiều (đường màu xanh lục). Bên phải: So sánh các giá trị ĐTS quan sát (các điểm màu đen), với các giá trị tính lại từ các kết quả nghịch đảo thu được. Nguồn: tác giả.

Nếu tiến hành tính toán với càng nhiều cặp trọng số w_1 và w_2 theo bước nhỏ hơn sẽ cho phép khảo sát bài toán cực tiểu hóa hàm f một cách càng chi tiết, nhưng sẽ tốn nhiều thời gian để thực hiện.

Đối với hai điểm ngoài cùng của đường biên Pareto, khi cặp trọng số (w1, w2) bằng (0;1) và (1;0), ta thấy rằng nếu $w_1 = 0$ và $w_2 = 1$, thì chỉ có hàm mục tiêu f_2 là RMSE được tối ưu hóa mà không quan tâm đến sự trơn của mô hình ĐTS. Từ hình vẽ trên cùng của Hình 2 và Hình 9 có thể thấy rằng mặc dù các dữ liệu ĐTS và pha biểu kiến khớp với nhau tốt, nhưng kết quả nghịch đảo thu được không thể hiện quy luật thay đổi của ĐTS theo độ sâu, nên nó không có ý nghĩa thực tế. Trường hợp này giống như việc chỉ nghịch đảo một hàm mục tiêu giống như trong bài báo (3) nhưng với số lớp nhiều hơn (ở đây là 30 lớp). Trong khi đó, nếu $w_1 = 1$ và $w_2 = 0$, ứng với việc chỉ cực tiểu hàm mục tiêu f_1 là sự trơn của tuyến ĐTS theo độ sâu mà không quan tâm đến sự khớp nhau giữa DLQS với DLTT tính lại từ kết quả giải bài toán ngược, kết quả thu được là một giá trị không đổi của ĐTS theo độ sâu. Rõ ràng kết quả nghịch đảo này cũng không phù hợp thực tế. Hai trường hợp này chứng tỏ rằng thuật toán tiến hóa vi sai cải tiến cho một hàm mục tiêu không áp dụng được trong bài toán từ tellua một chiều khi môi trường bên dưới có nhiều lớp (cỡ hàng chục lớp).

Đối với trường hợp số liệu quan sát không chứa nhiễu, khi các trọng số w_1 và w_2 thay đổi trong khoảng từ 0,1 đến 0,9, ta thấy rằng các đường cong ĐTS thu được từ việc giải nghịch có dạng gần giống và bám khá sát mô hình lý thuyết. Khi giá trị w_1 tăng dần thì đỉnh phía bên phải của đường cong ĐTS có xu hướng dịch chuyển dần về bên trái. Khi $w_1 = 0,1$ thì giá trị ĐTS cực đại của kết quả nghịch đảo là lớn nhất và lớn hơn giá trị cực đại của mô hình lý thuyết. Tiếp theo, khi $w_1 = 0,2$ thì các giá trị cực đại này gần như bằng nhau, sau đó, khi w_1 càng tăng lên thì giá trị ĐTS cực đại của kết quả nghịch đảo càng giảm đi so với ĐTS cực đại của mô hình lý thuyết. Quan sát các hình so sánh đường cong ĐTS và pha tính từ mô hình và tính từ kết quả nghịch đảo ta thấy với các giá trị w_1 từ 0,1 đến 0,4 thì chúng gần như trùng khít với nhau. Từ giá trị $w_1 = 0,5$ bắt đầu xuất hiện sự chênh lệch ở đường cong pha. Tiếp theo, khi w_1 càng tăng lên thì sự khác nhau giữa các đường cong càng rõ.

Đối với trường hợp số liệu quan sát chứa nhiễu, khi các trọng số w_1 và w_2 thay đổi trong khoảng từ 0,1 đến 0,9, ta cũng quan sát thấy sự phù hợp tốt giữa số liệu chứa nhiễu và các số liệu tính lại từ kết quả nghịch đảo. Tuy nhiên khi có nhiễu thì một số mô hình ĐTS thu được không khớp tốt với mô hình lý thuyết bằng trường hợp không có nhiễu, ví dụ như các kết quả thu được với $w_1 = 0,1$ đến 0,4, xem Hình 2, Hình 3, Hình 9 và Hình 10. Như vậy, có thể thấy rằng nhiễu đã làm giảm độ chính xác của việc giải bài toán ngược bằng phương pháp MDE.

Khi xây dựng biên Pareto, những điểm bị chiếm ưu thế bởi điểm khác cần phải được loại bỏ. Đối với số liệu chứa nhiễu, sau khi loại bỏ các điểm này thì điểm khuỷu thu được từ biên Pareto là điểm ứng với cặp trọng số (0,7;0,4), bị lệch sang bên cạnh so với điểm (0,6;0,4) là khi số liệu không có nhiễu. Các khoảng cách đã chuẩn hóa tính từ các điểm khuỷu này đến dây cung lần lượt bằng 0,29782 và 0,28496, cho thấy độ chênh lệch khoảng 4,5%. Như vậy có thể thấy nhiễu trong số liệu quan sát có ảnh hưởng đến kết quả xác định biên Pareto và điểm khuỷu, với mức nhiễu Gaussian 5% như đã khảo sát thì điểm khuỷu bị lệch sang ngay bên cạnh điểm khuỷu khi không có nhiễu.

Khi áp dụng phương pháp tối ưu hóa đa mục tiêu bằng cách lấy tổng có trọng số được đề xuất trong bài báo này cho số liệu ĐTS từ tellua tại điểm đo C12, ta thấy kết quả tuyến ĐTS theo độ sâu thu được phù hợp tốt với kết quả cấu trúc ĐTS tính bằng các phương pháp như tối ưu hóa MDE hàm đơn mục tiêu và nghịch đảo Occam. Tuy nhiên, so với phương pháp nghịch đảo Occam thì phương pháp MDE cực tiểu hàm đa mục tiêu tốn nhiều thời gian chạy chương trình hơn so với phương pháp Occam (khoảng 5-10 phút so với khoảng 1-2 giây).

KẾT LUẬN

Trong nghiên cứu này, phương pháp tổng có trọng số kết hợp với thuật toán tiến hóa vi sai cải tiến đã được áp dụng để thực hiện quá trình nghịch đảo bài toán MT1D cho mô hình nhiều lớp. Các hàm mục tiêu về độ nhám của mô hình và RMSE được tối ưu hóa đồng thời. Sự cân bằng hợp lý giữa hai mục tiêu được đảm bảo thông qua việc phân tích đường biên Pareto và lựa chọn điểm khuỷu. Kết quả nghiên cứu trên các mô hình lý thuyết và số liệu thực tế cho thấy việc áp dụng phương pháp tổng có trọng số kết hợp với thuật toán MDE cho phép thu được tuyến ĐTS theo độ sâu một cách hợp lý, đáng tin cậy. Phương pháp được đề xuất trong nghiên cứu này cũng có thể mở rộng cho các loại bài toán địa vật lý khác.

DANH MỤC CÁC TỪ VIẾT TẮT

MT: Magnetotellurics – Thăm dò từ tellua (Trường điện từ)

DLQS: Dữ liệu quan sát

DLTT: Dữ liệu tính toán

ĐTS: Điện trở suất

MT1D: One-dimensional Magnetotellurics – Thăm dò từ tellua một chiều

RMSE: Root Mean Square Error – Sai số căn bậc hai trung bình
MDE: Modified Differential Evolution – Thuật toán tiến hóa vi sai cải tiến
DE: Differential Evolution – Thuật toán tiến hóa vi sai
1D: One-Dimensional – 1 chiều

XUNG ĐỘT LỢI ÍCH

Tác giả tuyên bố rằng không có xung đột lợi ích.

ĐÓNG GÓP CỦA TÁC GIẢ

Tác giả Lưu Việt Hùng nghiên cứu lý thuyết, xây dựng các mô hình để kiểm nghiệm, xử lý số liệu thực tế, viết bản thảo.

CÁM ƠN

Tác giả xin chân thành cảm ơn các phản biện và biên tập viên phụ trách chuyên mục (Section editor) đã đóng góp nhiều ý kiến xác đáng để tác giả sửa chữa và hoàn thiện bài báo.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Constable SC, Parker RL, Constable C. Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. Geophysics. 1987;52(3):289–300. Available from: https://doi.org/10.1190/1.1442303.
2. Grandis H, Maulana Y. Particle swarm optimization (PSO) for magnetotelluric (MT) 1D inversion modeling. IOP conference series: Earth and Environmental Science; 2017: IOP Publishing;.
3. Hùng LV. Giải bài toán ngược một chiều phương pháp thăm dò từ tellua bằng thuật toán tiến hóa vi sai cải tiến. Natural Sciences. 2023;7(4):2795–805.
4. Holland JH. Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence. MIT press; 1992. Available from: https://doi.org/10.7551/mitpress/1090.001.0001.
5. Storn R. Differential evolution–a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. 1997;11(4):341–59.
6. Son NN, Van Kien C, Anh HPHJR, Systems A. A novel adaptive feed-forward-PID controller of a SCARA parallel robot using pneumatic artificial muscle actuator based on neural network and modified differential evolution algorithm. 2017;96:65–80. Available from: https://doi.org/10.1016/j.robot.2017.06.012.
7. Son NN, Anh HPH, Chau TDJSC. Adaptive neural model optimized by modified differential evolution for identifying 5-DOF robot manipulator dynamic system. 2018;22(3):979–88.
8. Ho-Huu V, Nguyen-Thoi T, Vo-Duy T, Nguyen-Trang TJC. An adaptive elitist differential evolution for optimization of truss structures with discrete design variables. 2016;165:59–75.
9. Vinh HH. A fast and effective differential evolution algorithm MATLAB Central File Exchange: MATLAB Central File Exchange; 2026 [cited 2026 30-3]. 2026;Available from: https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/60239-a-fast-and-effective-differential-evolution-algorithm.
10. Miettinen K. Nonlinear multiobjective optimization. Springer Science Business Media; 1999.
11. Arora RK. Optimization: algorithms and applications. CRC press; 2015. Available from: https://doi.org/10.1201/b18469.
12. Finding knees in multi-objective optimization. International conference on parallel problem solving from nature; 2004. Available from: https://doi.org/10.1007/978-3-540-30217-9_73.
13. Deb K. Understanding knee points in bicriteria problems and their implications as preferred solution principles. 2011;43(11):1175–204.
14. IJSo D. On characterizing the "knee" of the Pareto curve based on normal-boundary intersection. 1999;18(2):107–15.
15. Hung LV, Menvielle M, Son VT, Thang NC, Marquis G. Studying the deep structure in the Saigon river fault area by the magnetotelluric method. 2014;36(3):233–40.
16. Luu HV, Vu TT, Lee SK, Ngo MS, Tran DT, Dinh TQ, et al. Using the magnetotelluric method to study the deep structure of the Sai Gon river fault in the vicinity of Ho Chi Minh City. 2022;6(2):2103–15.
17. Study of The Effects of The Equatorial Electrojet on Magnetotelluric Soundings in Southern Viet Nam. Proceedings of The 2nd International Conference on Green Technology and Sustainable Development. 2014;.
18. Weaver J, Agarwal A. Automatic 1-D inversion of magnetotelluric data by the method of modelling. Geophysical Journal International. 1993;112(1):115–23. Available from: https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.1993.tb01441.x.
19. Hùng LV, Menvielle M, Huy ML, Sơn V, Thắng N, G M, et al. Nghiên cứu cấu trúc sâu khu vực đứt gãy sông Sài Gòn bằng phương pháp từ telua. Tạp chí các Khoa học về Trái Đất. 2014;.

VNUHCM Journal of Advanced Research in Natural Sciences 2026, 10(3):3702-3715

Open Access Full Text Article

Research Article

Multi-objective 1D magnetotelluric inversion using Pareto front and knee-point selection for multi-layered geoelectric structure

Luu Viet Hung*

Use your smartphone to scan this QR code and download this article

ABSTRACT

In this study, the one-dimensional magnetotelluric (MT1D) inversion problem for a multi-layered medium (30 layers) is addressed using a multi-objective optimization approach based on the weighted sum method. The MT1D inversion aims to determine the resistivity distribution with depth from observed apparent resistivity and phase data, in which two conflicting objective functions must be minimized simultaneously: the roughness of the resistivity model and the misfit between observed and calculated data, quantified by the root mean square error (RMSE). These two objectives are combined into a single objective function through systematically varied weighting factors to investigate the trade-off between model smoothness and the level of agreement between observed and modeled data. This formulation transforms the original two-objective optimization problem (roughness and RMSE) into a single-objective optimization problem based on their weighted sum.

The resulting single-objective optimization problem is solved using a modified differential evolution (MDE) algorithm, a global optimization method that does not require derivative information and is less sensitive to the initial model compared to traditional approaches. By performing inversions with different pairs of weighting factors, a Pareto front is constructed to characterize the trade-off relationship between the two objective functions. The optimal solution is then selected based on the knee-point criterion, which provides a balanced compromise between model smoothness and data misfit.

The proposed method is first validated using a synthetic three-layer model, demonstrating that the recovered resistivity-depth profile accurately reflects the true structure. It is then applied to real data from the C12 site in the Cu Chi area, Ho Chi Minh City. The inversion results are in good agreement with previously published studies. The results indicate that the method is effective and reliable for 1D MT inversion and has strong potential for extension to other geophysical inversion problems.

Key words: magnetotelluric, 1D inversion, MDE algorithm, multi-objective optimization, Pareto front, layered geoelectric structure

Ho Chi Minh City University of Technology and Engineering, Vietnam

Correspondence

Luu Viet Hung, Ho Chi Minh City University of Technology and Engineering, Vietnam

Email: hungluu@hcmute.edu.vn

History

- Received: 06-04-2026
- Revised: 14-07-2026
- Accepted: 17-07-2026
- Published Online: 28-08-2026

DOI : https://doi.org/10.32508/vnuhcmjarns.v10i3.1528

Check for updates

Copyright

© VNUHCM Journal. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International license.

Cite this article : Viet Hung L. **Multi-objective 1D magnetotelluric inversion using Pareto front and knee-point selection for multi-layered geoelectric structure**. *VNUHCM J. Adv. Res. Nat. Sci.* 2026; 10(3):3705-3718.